$\boxed{3.149}$

$a := 1\cdot10^{-2}$

$v := 10$

$I = \frac{dq}{dt} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \sigma = E\cdot\varepsilon_0 \quad \sigma = \frac{dq}{dS} \quad dq = E\cdot\varepsilon_0\cdot dS$

$E := 0.9\cdot10^{5}$

$dS = 2\pi a\cdot dl \quad dq = 2\pi a\cdot E\cdot\varepsilon_0\cdot dl$

$\varepsilon_0 := 0.885\cdot10^{-11}$

$I = \frac{dq}{dt} = 2\pi a\cdot E\cdot\varepsilon_0\cdot\frac{dl}{dt} \quad v = \frac{dl}{dt} \quad I := 2\pi a\cdot E\cdot\varepsilon_0\cdot v$

$I = 5.005\times10^{-7}$

$\boxed{3.150}$

теорема Гаусса для цилиндрической поверхности

$U := 200$

$v := 5\cdot10^{-3}$

$d := 2\cdot10^{-3}$

$r := 50\cdot10^{-3}$

$\varepsilon := 81$

$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0\cdot\varepsilon} \quad \Phi = E(r)\cdot S = E(r)\cdot 2\pi r\cdot l$

$q = \sigma\cdot S = 2\sigma\,\pi r\cdot l \quad E(r)\cdot 2\pi r\cdot l = \frac{2\sigma\,\pi r\cdot l}{\varepsilon_0\cdot\varepsilon} \quad E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\cdot\varepsilon}$

$C = \frac{q}{U} \quad U = E\cdot d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\cdot\varepsilon}\cdot d = \frac{q\cdot d}{S\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon} \quad C = \frac{q\cdot S\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon}{q\cdot d} = \frac{S\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon}{d} = \frac{2\pi r\cdot l\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon}{d}$

При погружении в воду на глубину x имеем два параллельно включенных конденсатора -- над водой и под водой

$C = C_1 + C_2 = \frac{2\pi r\cdot x\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon}{d} + \frac{2\pi r\cdot(1-x)\cdot\varepsilon_0}{d} = \frac{(2\pi r\cdot\varepsilon_0)}{d}\cdot(x(\varepsilon-1)+1)$

$dq = dC\cdot U \quad dC = \frac{(2\pi r\cdot\varepsilon_0)}{d}\cdot dx(\varepsilon-1) \quad dq = \frac{(2\cdot\pi\cdot r\cdot\varepsilon_0)}{d}\cdot dx(\varepsilon-1)\cdot U$

$I = \frac{dq}{dt} \quad I = \frac{(2\cdot\pi\cdot r\cdot\varepsilon_0)\cdot dx(\varepsilon-1)\cdot U}{d\cdot dt} \quad I := \frac{(2\cdot\pi\cdot r\cdot\varepsilon_0)\cdot(\varepsilon-1)\cdot U\cdot v}{d}$

$I = 1.112\times10^{-7}$

$\boxed{3.155}$

ρ

a $\quad a < b$

b

l

$R = \rho\cdot\frac{l}{S}$

Выделим два концентрических цилиндра радиусами x и a, расстояние между которыми бесконечно мало (l = dx).
Сопротивление между цилиндрами dR:

$dR = \rho\cdot\frac{x-a}{2\pi l\cdot x} = \rho\cdot\frac{dx}{2\pi l\cdot x} \quad R = \int_a^b 1\,dR = \int_a^b \rho\cdot\frac{1}{2\pi l\cdot x}\,dx = \frac{\rho}{2\pi l}\cdot\ln(b) - \ln(a)$

$\boxed{3.156}$ решение аналогично 3.155

ρ

a

b

$R = \rho\cdot\frac{l}{S}$

$dR = \frac{\rho\cdot dx}{4\pi\cdot x^2} \quad R = \int_a^b \frac{\rho}{4\pi\cdot x^2}\,dx = \frac{\rho}{4\pi\cdot a} - \frac{\rho}{4\pi\cdot b}$

$\boxed{3.53}$

$q := 100\cdot10^{-6}$

$l := 1.5\cdot10^{-2}$

$A = q\cdot U = q\cdot(\phi_1 - \phi_2)$

т. к. на бесконечно большом расстоянии потенциал равен 0, то

$\phi_2 = 0 \quad A = q\cdot\phi_1$

Из условия равновесия зарядов в проводнике следует, что поле внутри металла равно 0. Т. е. поле, создаваемое зарядами в металле эквивалентно полю, что создавал бы заряд -q, помещенный на месте q. Поле, создаваемое зарядами вне металла совпадает с полем, создаваемым зарядом -q, помещенным симметрично металлической пластинки

Пластнка притягивает к себе заряд с силой F, как притягивал бы заряд -q

$$F = k_0 \cdot \frac{q^2}{(2l)^2} \qquad E = \frac{F}{q} = k_0 \cdot \frac{q}{(2l)^2} \qquad \phi_1 = \int_0^{(l)} E\,dl = \left| \int_0^{(l)} k_0 \cdot \frac{q}{4l^2}\,dl \right| = k_0 \cdot \frac{q}{4l} = \frac{q}{16\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l}$$

$$A := \frac{q^2}{16\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l} \qquad A = 1.499 \times 10^3$$

$\boxed{3.138}$

$q := 3 \cdot 10^{-6}$

$\varepsilon := 3$

$a := 250 \cdot 10^{-3}$

$b := 500 \cdot 10^{-3}$

$$W = \int \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2\,dV$$

$$E(r) = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot r^2} \qquad dV = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr$$

$$W = \int_a^b \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot r^2} \right)^2 dr = \frac{q^2}{8 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$\boxed{3.143}$

S $\quad \varepsilon := 1$

x_1

x_2

(1) $\quad q = \mathrm{const}$

(2) $\quad U = \mathrm{const}$

$$A = \Delta W \qquad W = \frac{q^2}{2C} \qquad C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{d} \qquad C = \frac{q}{U}$$

(1) $\quad A = \dfrac{q^2}{2 \cdot (\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S)} \cdot (x_2 - x_1)$

(2) $\quad q = U \cdot C \qquad W = U^2 \cdot \dfrac{C}{2} \qquad A = \dfrac{U^2}{2} \cdot (C_2 - C_1) = \dfrac{U^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{2} \cdot \left(\dfrac{1}{x_2} - \dfrac{1}{x_1} \right)$

$\boxed{3.105}$

a

b

$a < b$

1 $\quad \varepsilon$

2 $\quad \varepsilon = \dfrac{\alpha}{r}$

теорема Гаусса для сферической поверхности

$$E(r) \cdot 4\pi \cdot r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \qquad E(r) = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$C = \frac{q}{U}$$

(1) $\quad U = \Delta\phi = \displaystyle\int_b^a E(r)\,dr = \int_b^a \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2}\,dr = \frac{q}{(4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon)} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \qquad C = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \frac{b \cdot a}{b - a}$

(2) $\quad U = \Delta\phi = \displaystyle\int_b^a E(r)\,dr = \int_b^a \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \alpha} \cdot \frac{q}{r}\,dr = \frac{q}{(4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon)} \cdot (\ln(b) - \ln(a)) \qquad C = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \alpha \cdot \frac{1}{\ln(b) - \ln(a)}$