$\boxed{3.77}$

$q = 2.5\cdot 10^{-6}$

$\varepsilon = 5.0$

Примеим теорему Гаусса для вектора D к цилиндру очень малой высоты, расположенному на границе сред и имеющему пощадь основания ΔS

$$\int \vec{D}\,d\vec{S} = q_{внутр} \qquad \overrightarrow{D_{12}}\cdot\Delta S + \overrightarrow{D_{21}}\cdot\Delta S = \sigma\cdot\Delta S$$

Вектора $\overrightarrow{D_{12}}$ и $\overrightarrow{D_{21}}$ разнонаправлены, один из них направлен из среды 2 в 1, другой - из 1 в 2

$$D_{12}\cdot\Delta S - D_{21}\cdot\Delta S = \sigma\cdot\Delta S \qquad D_{12} - D_{21} = \sigma$$

Внутри проводника поля E и D нет, следовательно, если среда 1 - проводник, то $D_{12} = 0 \quad D_1 = 0$

$$D = D_{21} = \sigma$$

Примеим теорему Гаусса для вектора E к рассматриваемому цилиндру:

$$\int E\,dS = \frac{q_{внутр}}{\varepsilon_0} \qquad E\cdot\Delta S = \frac{(\sigma + \sigma')\cdot\Delta S}{\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0}$$

где σ - поверхностная плотность стороннего заряда в проводнике, σ' - поверхностная плотность связанного заряда в диэлектрике. Такой результат получен, вследствии того, что рассматриваемый цилиндр утоплен в границу раздела

$$D = \varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot E \qquad \sigma = \varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot E \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}$$

$$\frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0} \qquad \sigma' = -\sigma\cdot\frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$$

Пусть площадь поверхности проводника S. Весь заряд q сконцентрирован на поверхности

$$q = S\cdot\sigma \qquad \sigma = \frac{q}{S}$$

Внешняя поверхность проводника - это внутренняя поверхность диэлектрика:

$$q' = S\cdot\sigma' \qquad \sigma' = \frac{q'}{S}$$

$$\frac{q'}{S} = -\frac{q}{S}\cdot\frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \qquad q' = q'_{внутр} = -q\cdot\frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$$ (заряд на внутренней поверхности)

заряд на внешней поверхности отличается только знаком, т. к. диэлектрик в целом нейтрален

$$q'_{внешн} = -q'_{внутр} = q\cdot\frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$$

$\boxed{3.85}$

E_0

ε

E D

1. $U = const$
2. $q = const$

Конденсатор можно рассматривать как систему двух конденсаторов, включенных последовательно.
Пусть d - расстояние между обкладками
C1 и U1 - первоначальная емкость и напряжение первого конденсатора
C2 и U2 - первоначальная емкость и напряжение второго конденсатора
C1' и U1' - емкость и напряжение первого конденсатора после заполнения диэлектриком
C2' и U2' - емкость и напряжение второго конденсатора после заполнения C2 диэлектриком

1.

$$C_1 = C_2 = 2\cdot\frac{\varepsilon_0\cdot S}{d} \qquad U_1\cdot C_1 = U_2\cdot C_2$$ (из нейтральности виртуальной поверхности-обкладки, разделяющей конденсаторы)

$$U_1 + U_2 = U \qquad E_0 = \frac{U}{d} \qquad U = E_0\cdot d \qquad U_1 + U_2 = E_0\cdot d$$

$$C'_1 = C_1 = 2\cdot\frac{\varepsilon_0\cdot S}{d} \qquad C'_2 = 2\cdot\frac{\varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot S}{d} \qquad C'_2 = C'_1\cdot\varepsilon$$

$$U'_1 + U'_2 = U \qquad U'_1 + U'_2 = E_0\cdot d$$

$$U'_1\cdot C'_1 = U'_2\cdot C'_2 \qquad U'_1\cdot C'_1 = U'_2\cdot C'_1\cdot\varepsilon \quad U'_2 = E_0\cdot d - U'_1 \qquad U'_1\cdot C'_1 = (E_0\cdot d - U'_1)\cdot C'_1\cdot\varepsilon$$

$$U'_1 = E_0 \cdot d \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} \qquad E'_1 = \frac{2 \cdot U'_1}{d} = 2 \cdot E_0 \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} \qquad D_1 = \varepsilon_0 \cdot E'_1 = \frac{2 \cdot E_0 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}{1+\varepsilon}$$

$$U'_2 = E_0 \cdot d - U'_1 = E_0 \cdot d - E_0 \cdot d \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} = \frac{E_0 \cdot d}{(1+\varepsilon)} \qquad E'_2 = \frac{2 \cdot U'_2}{d} = 2 \cdot \frac{E_0 \cdot d}{(1+\varepsilon) \cdot d} = 2 \cdot \frac{E_0}{(1+\varepsilon)}$$

2. Перед заполнением конденсатора С2 диэлектриком на его обкладке присутствовал сторонний заряд σ
После заполнения, на границе (обкладке) появился сязный заряд σ' и сторонний заряд σ

Применив теорему Гаусса для всей границы до заполнения, имеем: $\sigma + \sigma' = E \cdot \varepsilon_0$

$$E = \frac{D}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \qquad \sigma + \sigma' = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \varepsilon_0 \qquad \sigma + \sigma' = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Т.к. внутри проводника поле отсутствует, то произошло перераспределение зарядов
(уменьшение связанного заряда в ε раз)

$$E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon} \qquad D_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \frac{E_0}{\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot E_0$$

Аналогично может быть рассмотрен конденсатор С1, с диэлектриком для которого $\varepsilon = 1$

$$E_1 = E_0 \qquad D_1 = \varepsilon_0 \cdot E_0$$

$\boxed{3.86}$

E_0

ε

E D

1. $U = const$

2. $q = const$

Конденсатор можно рассматривать как систему двух конденсаторов, включенных параллельно.
Пусть d - расстояние между обкладками
С1 и U1 - первоначальная емкость и напряжение первого конденсатора
С2 и U2 - первоначальная емкость и напряжение второго конденсатора
С1' и U1' - емкость и напряжение первого конденсатора после заполнения диэлектриком
С2' и U2' - емкость и напряжение второго конденсатора после заполнения С2 диэлектриком

1.

$$U_1 = U_2 = U'_1 = U'_2 = E_0 \cdot d \qquad E_1 = \frac{U_1}{d} = E_0 \qquad E'_1 = \frac{U'_1}{d} = E_0 \qquad D'_1 = \varepsilon_0 \cdot E_0$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d} = E_0 \qquad E'_2 = \frac{U'_2}{d} = E_0 \quad (U'_2 = const) \qquad D'_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot E'_1 = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0$$

2.

Т.к. конденсаторы включены параллельно, то разности потенциалов между обкладками всегда одинаковы

$$U'_1 = U'_2 = U'$$

Заряд сохраняется: $q'_1 + q'_2 = q$

$$E_0 \cdot S = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad q = E_0 \cdot S \cdot \varepsilon_0$$

$$q = U \cdot C \qquad q'_1 = C'_1 \cdot U' = \left(\frac{\varepsilon_0 \cdot S}{2d}\right) \cdot U' \qquad q'_2 = C'_2 \cdot U' = \left(\frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{2d}\right) \cdot U'$$

$$q'_1 + q'_2 = q$$

$$\left(\frac{\varepsilon_0 \cdot S}{2d}\right) \cdot U' + \left(\frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{2d}\right) \cdot U' = E_0 \cdot S \cdot \varepsilon_0 \quad U' = 2 \cdot \frac{E_0}{(\varepsilon+1)} \cdot d \qquad E'_1 = E'_2 = \frac{U'}{d} \quad E'_1 = E'_2 = 2 \cdot \frac{E_0}{(\varepsilon+1)}$$

$$D = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E \qquad D'_1 = \varepsilon_0 \cdot E'_1 = 2 \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot E_0}{(\varepsilon+1)} \qquad D'_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot E'_2 = 2 \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot E_0}{(\varepsilon+1)}$$

$\boxed{3.161}$

$\rho = 100 \cdot 10^{9}$

$C = 4 \cdot 10^{-9}$

$U = 2 \cdot 10^{3}$

I

$$I = \int j\,dS$$

Закон Ома $\quad j = \frac{1}{\rho} \cdot E \qquad E = \frac{U}{d}$

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d} \qquad \frac{S}{d} = \frac{C}{(\varepsilon \cdot \varepsilon_0)}$$

$$I = \int j\,dS = \int \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{U}{d}\right) dS = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{U}{d}\right) \cdot S = \frac{U}{\rho} \cdot \frac{C}{(\varepsilon \cdot \varepsilon_0)}$$

$\boxed{3.48}$

$$U'_1 = E_0 \cdot d \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} \qquad E'_1 = \frac{2 \cdot U'_1}{d} = 2 \cdot E_0 \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)}$$

$$U'_2 = E_0 \cdot d - U'_1 = E_0 \cdot d - E_0 \cdot d \cdot \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} = \frac{E_0 \cdot d}{(1+\varepsilon)} \qquad E'_2 = \frac{2 \cdot U'_2}{d} = 2 \cdot \frac{E_0 \cdot d}{(1+\varepsilon) \cdot d} = 2 \cdot \frac{E_0}{(1+\varepsilon)}$$

$$U'_1 \cdot C'_1 = \frac{(E_0 \cdot d - U'_1)}{\varepsilon} \cdot C'_1 \cdot \varepsilon$$

$E_0 = \frac{q}{\text{[illegible]}} \qquad q_1 + q_2 = q \qquad q_1 \qquad q_2 \qquad U'_1$

$S \cdot \varepsilon_0$ $\quad q_1 + q_2 = q \quad \frac{}{U'_1} = C'_1 \quad \frac{}{U'_2} = C'_2 \quad U'_2 = \frac{}{\varepsilon}$

$$C'_1 + C'_2 = C' = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{2d} + \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{2d} = \frac{(\varepsilon + 1) \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}$$

$$\frac{q_1}{U'_1} = C'_1 \qquad \frac{q_2}{\frac{U'_1}{\varepsilon}} = C'_2$$

$$\frac{q_1}{U'_1} + \frac{q_2}{\frac{U'_1}{\varepsilon}} = C \qquad\qquad \frac{q_1}{U'_1} + \frac{q_2}{\frac{U'_1}{\varepsilon}} = C$$