$\boxed{3.169}$

Дано

a

$\rho(r) = \dfrac{\alpha}{r^2}$

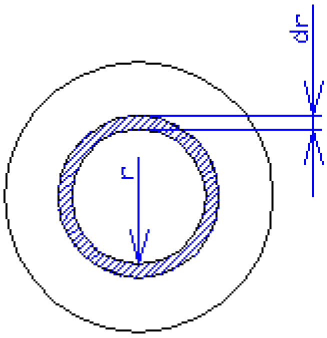
$\alpha = \mathrm{const}$

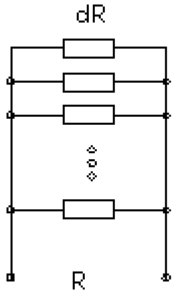
$R_1 \quad (h = 1)$

$E \quad I$

Решение

Проводник может быть представлен в виде системы бесконечно большого количества включенныых параллельно сопротивлений dR, каждый из который образован слоем бесконечно молой толщины и площади dS





$\Delta R = \rho \cdot \dfrac{h}{\Delta S}$ ΔS - площадь сечения элементарного резистора (заштрихованное кольцо)

$$\Delta S = \pi \cdot \left[(r + \Delta r)^2 - r^2\right] = \pi \cdot \left(2 \cdot r \cdot \Delta r + \Delta r^2\right) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r$$

$$\Delta R = \rho \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r} \qquad R = \sum_i \frac{1}{\Delta R_i}$$

$$\frac{1}{\Delta R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r}{\rho \cdot h} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r}{h} \cdot \frac{r^2}{\alpha} \qquad \frac{1}{R} = \int_0^a \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \frac{r^2}{\alpha}\, dr = \frac{1}{2} \cdot a^4 \cdot \frac{\pi}{h \cdot \alpha} \qquad R = \frac{2 \cdot h \cdot \alpha}{\pi \cdot a^4} \qquad R_1 = \frac{2 \cdot \alpha}{\pi \cdot a^4}$$

$$j = \sigma \cdot E \qquad \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot E \qquad E = \frac{I}{S} \cdot \rho \qquad R = \rho \cdot \frac{h}{S} \qquad E = I \cdot \frac{R}{h} = \frac{2 \cdot \alpha \cdot I}{\pi \cdot a^4}$$

$\boxed{3.171}$

$\varepsilon = 2.1$

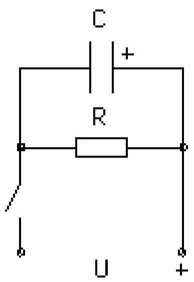
$\tau = 180$

$q = \dfrac{q_0}{2}$

ρ

Решение

Конденатор, заполненный проводящим диэлектриком может быть рассмотрен как цепь, состоящая из параллельно включенных идеального конденсатора и резистора.



Первоначально конденсатору сообщен заряд q_0. После отключения источника начинается разряд конденсатора и по цепи течек ток

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

Знак минус означает, что заряд положительной пластины убывает

По закону Ома $\quad I = \dfrac{U}{R} \qquad U = \dfrac{q}{C} \qquad I = \dfrac{q}{R \cdot C}$

$$\frac{d}{dt} q(t) = \frac{q(t)}{R \cdot C}$$

Это однородное диффиринциальное уравнение имеет решение вида $\quad q(t) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d} \qquad R = \rho \cdot \frac{d}{S} \qquad R \cdot C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho \qquad q(t) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho}}$$

$$q = \frac{q_0}{2} \qquad \frac{q_0}{2} = q_0 \cdot e^{-\frac{\tau}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho}} \qquad -\ln(2) = -\frac{\tau}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho} \qquad \rho = \frac{\tau}{\ln(2) \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \qquad \rho = 1.397 \times 10^{13}$$

$\boxed{3.176}$

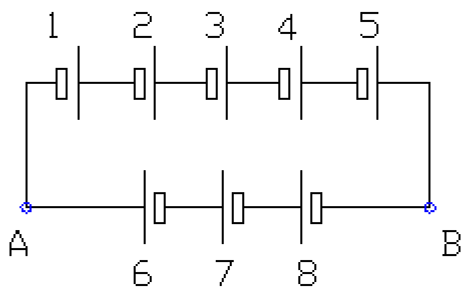
Дано

R_i

$\varepsilon_i = \alpha \cdot R_i$

$I \quad U_{AB}$

Решение



$i := 1, 2 .. 8$

$$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{\sum_i R_i} = \frac{\alpha \cdot \sum_i R_i}{\sum_i R_i} = \alpha$$

Рассмотрим неоднородный участок AB

$$I \cdot R_{AB} = U_{AB} + \varepsilon_{AB}$$

$$\alpha \cdot (R_6 + R_7 + R_8) = \phi_A - \phi_B + (\alpha \cdot R_6 + \alpha \cdot R_7 + \alpha \cdot R_8)$$

$$\phi_A - \phi_B = 0$$

$\boxed{3.195}$

U

R

$I_{max} \quad (P_{max})$

$\eta = \dfrac{P_{max}}{P}$

Решение

$P = I \cdot U$

Потребляемая мощсть идет на нагревание и совершение работы $\quad P = P_н + P_р$

$Q_н = I^2 \cdot R \cdot t \qquad P_н = I^2 \cdot R$

$I \cdot U = I^2 \cdot R + P_р \qquad P_р = I \cdot U - I^2 \cdot R$

$\dfrac{d}{dI} P_р = \dfrac{d}{dI}\left(I \cdot U - I^2 \cdot R\right) = U - 2 \cdot I \cdot R \qquad U - 2 \cdot I_{max} \cdot R = 0 \qquad I_{max} = \dfrac{U}{2R}$

$$P_{max} = I \cdot U - I^2 \cdot R = \frac{U^2}{2R} - \frac{U^2 \cdot R}{4R^2} = \frac{U^2}{4R}$$

$P = I_{max} \cdot U = \dfrac{U^2}{2R} \qquad \eta = \dfrac{U^2}{4R} \cdot \dfrac{2R}{U^2} = \dfrac{1}{2}$

$\boxed{3.212}$

Дано

$U = 600 \cdot 10^3$

$r = 5 \cdot 10^{-3}$

$I = 50 \cdot 10^{-3}$

E

$\Delta\phi$

Решение

$j = e \cdot n \cdot v \qquad \dfrac{I}{S} = e \cdot n \cdot v \qquad I = \pi \cdot r^2 \cdot e \cdot n \cdot v$

$A = U \cdot e \qquad \dfrac{m \cdot v^2}{2} = U \cdot e \qquad v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot U \cdot e}{m}}$

Окружим участок потока протонов длиной h коаксиальной поверхностью радиуса $R \geq r$
теорема Гаусса для этой поверхности:

$E(R) \cdot S = \dfrac{q}{\varepsilon_0} \qquad E(R) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h = \dfrac{e \cdot N}{\varepsilon_0}$

$n = \dfrac{N}{V} = \dfrac{N}{S \cdot h} = \dfrac{N}{(\pi \cdot r^2 \cdot h)} \qquad N = \pi \cdot r^2 \cdot h \cdot n \qquad E(R) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h = \dfrac{e \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \cdot n}{\varepsilon_0} \qquad n = 2 \cdot E(R) \cdot R \cdot \dfrac{\varepsilon_0}{e \cdot r^2}$

$I = \pi \cdot r^2 \cdot e \cdot 2 \cdot E(R) \cdot R \cdot \dfrac{\varepsilon_0}{e \cdot r^2} \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot U \cdot e}{m}} = 2\pi \cdot E(R) \cdot R \cdot \varepsilon_0 \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot U \cdot e}{m}} \qquad E(R) = \dfrac{I}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R} \cdot \sqrt{\dfrac{m}{2 \cdot U \cdot e}}$

$R = r \qquad E = \dfrac{I}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r} \cdot \sqrt{\dfrac{m}{2 \cdot U \cdot e}}$

Окружим участок потока протонов длиной h коаксиальной поверхностью радиуса $R < r$
теорема Гаусса для этой поверхности:

$$E(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R\cdot h = \frac{e\cdot N}{\varepsilon_0} \qquad n = \frac{N}{\left(\pi\cdot R^2\cdot h\right)} \qquad E(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R\cdot h = \frac{e\cdot\pi\cdot R^2\cdot h\cdot n}{\varepsilon_0} \qquad E(R)\cdot 2 = \frac{e\cdot R\cdot n}{\varepsilon_0} \qquad n = \frac{2\,E(R)\cdot\varepsilon_0}{R\cdot e}$$

$$I = \pi\cdot r^2\cdot e\cdot\frac{2\,E(R)\cdot\varepsilon_0}{R\cdot e}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot U\cdot e}{m}} \qquad E(R) = \frac{I\cdot R}{2\pi\cdot r^2\cdot\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2\cdot U\cdot e}}$$

$$\Delta\phi = \int_0^r E(R)\,dR = \int_0^r \frac{I\cdot R}{2\pi\cdot r^2\cdot\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2\cdot U\cdot e}}\,dR = \frac{I\cdot r^2}{4\pi\cdot r^2\cdot\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2\cdot U\cdot e}} = \frac{I}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{m}{2\cdot U\cdot e}}$$