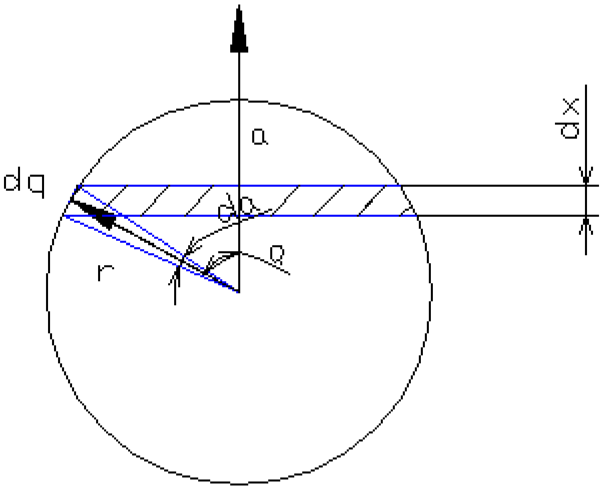
$\boxed{3.16}$



Совместим ось сферы с вектором а
Разобъем на кольца бесконечно малой толшины dx
α - угол между радиус-вектором r до кольца и а

$$\sigma = \vec{a}\cdot\vec{r} = a\cdot r\cdot\cos(\alpha)$$

E_k - поле, создаваемое кольцом в центре сферы

dE - поле, создаваемое бесконечно малым участоком кольца, несущим заряд dq

$$dE = \frac{-1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{dq}{r^2}\cdot\cos(\alpha) = \frac{-1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{a\cdot r\cdot\cos(\alpha)\cdot dS}{r^2}\cdot\cos(\alpha)$$

$$E_k = \int \frac{-1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{a\cdot r\cdot\cos(\alpha)}{r^2}\cdot\cos(\alpha)\,dS = \frac{-1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{a\cdot r\cdot\cos(\alpha)}{r^2}\cdot\cos(\alpha)\cdot(2\cdot\pi\cdot r\cdot\sin(\alpha))$$

$$d\alpha = r\cdot dr$$

$$E = \int_{-r}^{r} \frac{-1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot(a\cdot\cos(\alpha))\cdot\cos(\alpha)\cdot 2\cdot\pi\cdot\sin(\alpha)\,dr = -\int_0^{\pi} \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot a\cdot\cos(\alpha)\cdot\cos(\alpha)\cdot 2\cdot\pi\cdot r\cdot\sin(\alpha)\,d\alpha = \frac{-1}{3}\cdot\varepsilon_0\cdot a\cdot r \qquad \vec{E} = \frac{-\vec{a}}{3\cdot\varepsilon_0}\cdot r$$

$\boxed{3.48}$

$$\vec{E} = I(x,y,z)\cdot\vec{i} + J(x,y,z)\cdot\vec{j} + K(x,y,z)\cdot\vec{k}$$

$$\overrightarrow{E_1} = a\cdot\left(y\cdot\vec{i} + x\cdot\vec{j}\right)$$

$$\overrightarrow{E_2} = 2\cdot a\cdot x\cdot y\cdot\vec{i} + a\cdot\left(x^2 - y^2\right)\cdot\vec{j}$$

$$\overrightarrow{E_3} = a\cdot y\cdot\vec{i} + (a\cdot x - b\cdot z)\cdot\vec{j} + b\cdot y\cdot\vec{k}$$

$$\varphi = -\int_{(0,0,0)}^{(x,y,z)} I(x,y,z)\cdot dx + J(x,y,z)\cdot dy + K(x,y,z)\,dz$$

$$\varphi = -\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)} I\cdot dx + J\cdot dy + K\,dz - \int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)} I\cdot dx + J\cdot dy + K\,dz - \int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)} I\cdot dx + J\cdot dy + K\,dz$$

$y = 0$, $z = 0$ $\qquad$ $dx = 0$, $z = 0$ $\qquad$ $dx = 0$, $dy = 0$

$$\varphi = -\int_0^x I(x,y,z)\,dx - \int_0^y J(x,y,z)\,dy - \int_0^z K(x,y,z)\,dz$$

$y = 0$, $z = 0$ $\qquad$ $x = x$, $z = 0$ $\qquad$ $x = x$, $y = y$

$$\overrightarrow{E_1} = a\cdot\left(y\cdot\vec{i} + x\cdot\vec{j}\right)$$

$$\varphi_1 = -\int_0^x a\cdot y\,dx - \int_0^y a\cdot x\,dy = -a\cdot x\cdot y + C$$

$y = 0$ $\qquad$ $x = x$

$$\overrightarrow{E_2} = 2\cdot a\cdot x\cdot y\cdot\vec{i} + a\cdot\left(x^2 - y^2\right)\cdot\vec{j}$$

$$\varphi_2 = -\int_0^x 2\cdot a\cdot x\cdot y\,dx - \int_0^y a\cdot\left(x^2 - y^2\right)dy = -\left(a\cdot x^2\cdot y - \frac{1}{3}\cdot a\cdot y^3\right) + C$$

$y = 0$ $\qquad$ $x = x$

$$\overrightarrow{E_3} = a\cdot y\cdot\vec{i} + (a\cdot x - b\cdot z)\cdot\vec{j} + b\cdot y\cdot\vec{k}$$

$$\varphi_3 = -\int_0^x a\cdot y\,dx - \int_0^y (a\cdot x - b\cdot z)\,dy - \int_0^z b\cdot y\,dz = -\int_0^y a\cdot x\,dy - \int_0^z b\cdot y\,dz = -y\cdot a\cdot x - z\cdot b\cdot y$$

$y = 0$, $z = 0$ $\qquad$ $x = x$, $z = 0$ $\qquad$ $x = x$, $y = y$

$\boxed{3.217}$

Δn_i

r

$\eta = 2$

$$n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}$$

n_0 - число ионов после выключения источника

Δn_r - количество рекомбинирующих ионов

n - число ионов в данный момент времени

$$n_0 = n + \Delta n_r \cdot \Delta t \qquad \Delta n_r = r \cdot n^2 \qquad n_0 = n + r \cdot n^2 \cdot \Delta t$$

$$\eta = \frac{n_0}{n} \qquad \eta = \frac{n + r \cdot n^2 \cdot \Delta t}{n} = 1 + r \cdot n \cdot \Delta t \qquad \Delta t = \frac{(-1+\eta)}{r \cdot n} \qquad \Delta t = \frac{(-1+\eta)}{r \cdot \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}}} = \frac{\eta - 1}{\sqrt{r \cdot \Delta n_i}}$$

$\boxed{3.239}$

$B = b \cdot r^{\alpha}$

$j(r)$

Теорема о циркуляции вектора B $\quad \int B\,dl = \mu_0 \cdot I$

$$I = j \cdot S = \pi \cdot r^2 \cdot j \qquad B \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \mu_0 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot j$$

$$\int B\,dl = B \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \qquad j(r) = 2 \cdot \frac{B}{\mu_0 \cdot r} = 2 \cdot \frac{b \cdot r^{\alpha - 1}}{\mu_0}$$

(все интегралы берутся по замкнутому контору)

$\boxed{3.362}$

ρ

ε

Пусть радиус внутренней сфры R_1, внешней - R_2

Рассмотрим циркуляцию H по произвольной поверхности, находящейся на сфере радиуса r ($R_1 < r < R_2$)

$$\int H\,dl = \int j\,dS + \frac{d}{dt}\int D\,dS \qquad D = E \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0$$

закон Ома: $\quad j = \frac{1}{\rho} \cdot E \qquad E = j \cdot \rho \qquad D = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho \cdot j$

$$\int H\,dl = \int j\,dS + \frac{d}{dt}\int D\,dS = \int j\,dS + \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho \cdot \frac{d}{dt}\int j\,dS \qquad \int j\,dS = I$$

$$\int H\,dl = I(t) + \left(\frac{d}{dt} I(t)\right) \cdot (\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho) \qquad (1)$$

$\int j\,dS = I \qquad$ для сферы радиуса r $\quad S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \qquad I = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot j \qquad j = \frac{1}{\rho} \cdot E \qquad I = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{1}{\rho} \cdot E(r)\right)$

Применим теорему Гаусса для E(r) $\quad E(r) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \qquad I = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \left[\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q(r)}{r^2}\right)\right] = \frac{1}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot q(r)$

$$I = -\frac{dq(r)}{dt} \qquad \frac{q(r)}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} = -\frac{dq(r)}{dt} \qquad \int \frac{1}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\,dt = -\int \frac{1}{q(r)}\,dq(r) \qquad q(r) = q_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right)$$

$$I(t) = \frac{d}{dt} q_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right) = \frac{-q_0}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right)$$

Подставив I(t) в (1), получаем:

$$\int H\,dl = \frac{-q_0}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right) + \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho \cdot \frac{d}{dt} \frac{-q_0}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right)$$

$$\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho \cdot \frac{d}{dt} \frac{-q_0}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right) = \frac{d}{dt} - q_0 \cdot \exp\left(\frac{-t}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right) = \frac{q_0}{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\rho} \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0\right)$$

$$\oint H\,dl = \frac{-q_0}{\rho\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\exp\left(\frac{-t}{\rho\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\right) + \frac{q_0}{\rho\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\exp\left(\frac{-t}{\rho}\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0\right) = 0 \qquad I_{см} = I \qquad j_{см} = j$$

$$I_{см} = \frac{q_0}{\rho\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0}\cdot\exp\left(\frac{-t}{\rho}\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0\right) = \frac{q}{(\rho\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0)}$$

$\boxed{4.238}$

$\varphi_2 > \varphi_1$

Вектор E направлен от верхнего провода к нижнему, т. к. $\varphi_2 > \varphi_1$

Ток по цепи движется против часовой стрелки, следовательно между проводами вектор H направлен за плоскость рисунка 4.40

$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ Направление правого поворота от E к H указывает направо, следовательно справа - потребитель, т. к. к нему переносится энергия, слева - источник

$\boxed{4.249}$

$a = 0.1\cdot 10^{-9}$

$\omega = 6.5\cdot 10^{14}$

$q = e$

$$P = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{2\cdot q^2\cdot a^2}{3\cdot c^3} \qquad a(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t)$$

Пусть x(t) имеет вид: $x(t) = x_0\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi)$

$$a(t) = \frac{d^2}{dt^2}x_0\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi) \to a(t) = -x_0\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi)\cdot\omega^2$$

$$P = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{2\cdot q^2\cdot\left(-x_0\cdot\sin(\omega\cdot t + \varphi)\cdot\omega^2\right)^2}{3\cdot c^3}$$

Среднее значение для sin(x) на одном периоде равно $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad \overline{\sin(x)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \overline{\sin(x)^2} = \frac{1}{2} \qquad \bar{P} = \frac{P_{max}}{2}$